



Ensuring the Stability of Nonlinear Elastic and Elastoplastic Systems

Kosimov Turaboy Kosimovich

Ph.D. Associate Professor Samarkand State Institute of Architecture and Civil Engineering

Razzokov Numonkhon Saidmaksudovich

Senior Lecturer Samarkand State Institute of Architecture and Civil Engineering

Suyunov Nodir Fazliddinovich

Master student Samarkand State Institute of Architecture and Civil Engineering

Abstract: The article is devoted to determining the critical load, the solution is similar to how the problem of the stability of the cross-sectional rods was solved, the moment of inertia of which M_{pr} changes according to the law $J_{pr} \propto JE / E$. Since E depends on the stress, which is determined by the value of the critical force, the solution of the problem will be carried out by way of posterior drink- (α) .

Keywords: Nonlinear elastic material; linear elastic system; tangential modulus of elasticity; critical load; buckling of the secant modulus of elasticity; limit of proportionality; yield strength.

Date of Submission: 25-4 -2022

Date of Acceptance: 28-5-2022

Введение График зависимости между напряжениями и деформациями как при нагружении, так и при разгрузке нелинейно-упругого материала имеет вид, показанный на рис. 1. В этом случае можно использовать весь тот аппарат, который справедлив для линейно-упругих систем, только следует принять значение касательного модуля упругости равным $E' = d\sigma/d\varepsilon$. Если осевая сила непостоянна по длине элемента, то переменным будет и касательный модуль упругости. В последнем случае задача об определении критической нагрузки решается аналогично тому,

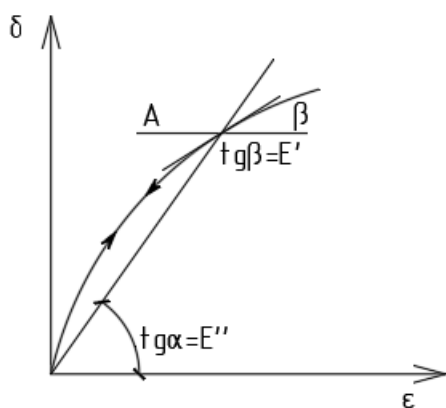


Рис. 1

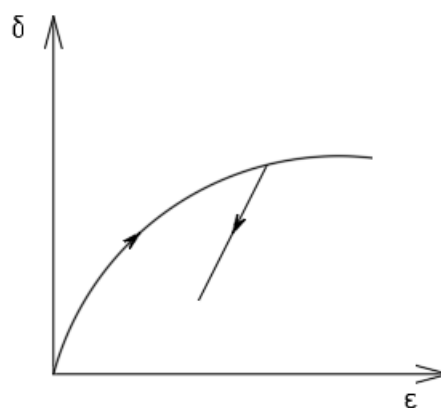


Рис. 2

как решалась задача об устойчивости стержней переменного сечения, момент инерции которых J изменяется по закону $J_{np} = JE'E$, где J - момент инерции заданного поперечного сечения, E' - касательный модуль упругости, переменный по длине стержня, а E - некоторая постоянная. Так как E' зависит от напряжения которое определяется значением критической силы, то решение задачи проводится путем последовательных попыток. α

Первоначально следует задаться некоторым значением напряжения, найти касательный модуль упругости и определить значение критической нагрузки. По найденным критическим значениям следует вновь определить напряжение и затем найти значение касательного модуля упругости. В том случае, когда работа материала элемента характеризуется графиком, представленным на рис 2, и разгрузка определяется законом, отличным от закона нагружения, сохраняются в силе все выражения, получаемые для упругих систем, только при этом вводятся либо приведенный модуль упругости, либо приведенный момент инерции сечения, зависящие от формы поперечного сечения и от напряжений.

Однако нужно отметить, что некоторые последователи Ф. Шенли, Ю. Н. Работнова, Я. Г. Пановко считают, что скорость нагружения стержня продольной силой может превышать скорость разгрузки крайнего волокна при выпучивании. В этом случае после потери устойчивости еще продолжается увеличение напряжений в сечении и расчет проводится с учетом касательного модуля E' .

Таким образом можно ориентировочно рекомендовать определить критическое значение нагрузки при ее медленном возрастании с помощью *приведенного модуля*, а в случае быстрого, но не динамического возрастания - с помощью *касательного модуля*.

Приближенный прием проверки устойчивости внецентренно сжатых стержней и рам в плоскости изгиба в упругопластической стадии по методу двух сечений разработал А. В. Геммерлинг. Расчет при этом распадается на два этапа. Первоначально следует задать критическое значение нагрузки и провести деформационный расчет системы, используя прием последовательных приближений, причем на этом этапе расчета вводится понятие о первом расчетном сечении, геометрические параметры которого находят с учетом отношения секущего модуля упругости E'' к некоторой постоянной E .

На втором этапе определяют геометрические характеристики так называемого второго расчетного сечения, которые находят с учетом отношения касательного модуля упругости E' к постоянной E . Далее определяют критическую нагрузку для системы, поперечные сечения которой совпадают со вторым расчетным сечением, предположении, что материал конструкции упругий и имеет модуль упругости, равный E . Найденные критические нагрузки сопоставляются с теми, которые были приняты на первом этапе расчета. При их

расхождении весь расчет повторяется снова по среднему значению критических сил, найденных на двух предыдущих этапах.

Потеря устойчивости I рода определяется таким состоянием системы при котором возможно существование двух или нескольких форм равновесия одна из которых качественно отлична от форм неустойчивых и единственно возможно до достижения первого критического состояния

Потеря устойчивости II рода т.е такой потери устойчивости при которой качественно сохраняется характер развития деформирования.

Если воспользоваться кривыми равновесных состояний являющийся геометрическими местами точек, каждая из которых характеризует в плоскости параметров f, P , соответствующее равновесное состояние, то два отмеченных выше случая могут быть графически представлены на следующим схемам.

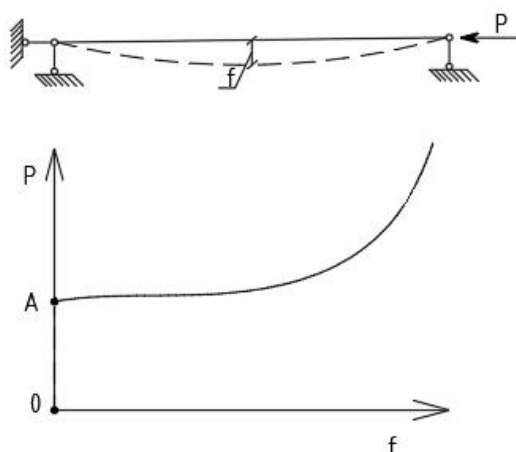


Рис.1. Идеально упругий стержень

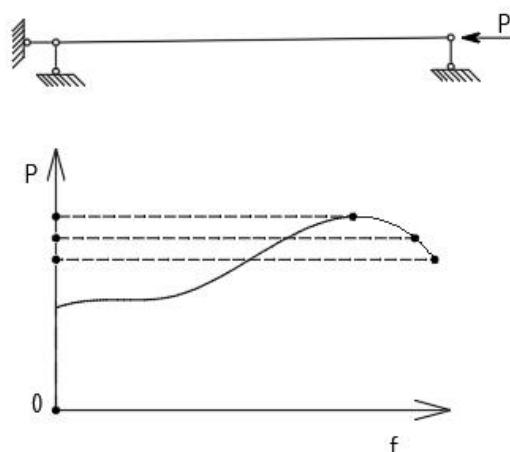


Рис.2. Упругопластически

Определить значение критической нагрузки в случае стального стержня, шарнирно опертого по концам. Длина стержня $l=1,2$ м, $E=210$ ГПа; предел пропорциональности $\delta_{п}=200$ МПа; предел текучести $\delta_{т}=240$ МПа. За пределом пропорциональности $\delta_{кр}$ (МПа) вычисляется по формуле $\delta_{кр}=300 - 0,01 \lambda$, где λ - гибкость стержня. Выше предела текучести напряжения считать постоянными и равными $\delta_{т}$.

Указание. Рассмотрите: а) круглое сечение $d=6$ см; б) квадратное сечение со стороной $a=4,5$ см; в) прямоугольное сечение 10×5 см; г) двутавровый профиль № 22.

Решение. Рассмотрим случай (б). Радиус инерции поперечного сечения, представляющего собой квадрат,

$$i = a/\sqrt{12} = 4,5/\sqrt{12} = 1,3 \text{ см.}$$

Гибкость стержня

$$\lambda = l/i = 120/1,3 = 92,5.$$

Критическое напряжение

$$\delta_{кр} = 300 - 0,01 \cdot 92,5 = 207,5 \text{ МПа.}$$

Критическая сила

$$P_{кр} = \delta_{кр} F = 207,5 \cdot 4,5^2 \cdot 10^{-4} = 42 \text{ МН.}$$

2.2 Определить значение критической нагрузки для стержня квадратного сечения с размерами $a=4,5$ см, длиной $l=1,2$ м. Стержень шарнирно оперт по концам. Выражение для

касательного модуля определяется формулой $E' = \delta(310 - \delta)^2 / 128$ при $\delta > 190$ МПа. Модуль упругости $E = 2,14 \cdot 10^5$ МПа.

У к а з а н и е. Задачу решите по Ясинскому - Энгессеру и Энгессеру - Шен-ли Содоставьте полученные результаты с найденным и предыдущей задаче.

Решение. Чтобы решить задачу по Ясинскому - Энгессеру, находим значение касательного модуля, задавшись некоторым на-пряжением, например $\delta = 220$ МПа. При этом получим

$$E' = 220(310 - 220)^2 / 128 = 1,39 \cdot 10^5 \text{ МПа.}$$

Для прямоугольного поперечного сечения приведенный модуль

$$E_{кр} = 1,69 \cdot 10^5 \text{ Мпа.}$$

$$\text{Радиус инерции } i = a / \sqrt{12} = 4,5 / \sqrt{12} = 1,3 \text{ см.}$$

$$\text{Гибкость стержня } \lambda = l / i = 120 / 1,3 = 92,5.$$

Критическое напряжение

$$\delta_{кр} = \sqrt{E' E_{кр} / \lambda^2} = \sqrt{1,39 \cdot 10^5 / 92,5^2} = 196 \text{ МПа.}$$

На втором этапе берем среднее значение напряжений между принятым и полученным, т. е.

$$\delta_{кр} = (220 + 196) / 2 = 208 \text{ МПа.}$$

Определяем касательный модуль

$$E' = 208(310 - 208)^2 / 128 = 1,69 \cdot 10^5 \text{ МПа.}$$

Приведенный модуль

$$E_{кр} = 1,9 \cdot 10^5 \text{ Мпа.}$$

Критическое напряжение

$$\delta_{кр} = \sqrt{E' E_{кр} / \lambda^2} = \sqrt{1,9 \cdot 10^5 / 92,5^2} = 220 \text{ МПа.}$$

На третьем этапе берем следующее среднее значение напряжения:

$$\delta_{кр} = (208 + 220) / 2 = 214 \text{ МПа.}$$

Определяем касательный модуль

$$E' = \frac{214(310 - 214)^2}{128} = 1,54 \cdot 10^5 \text{ Мпа.}$$

Приведенный модуль

$$E_{кр} = 1,8 \cdot 10^5 \text{ Мпа.}$$

Критическое напряжение

$$\delta_{кр} = \sqrt{E' E_{кр} / \lambda^2} = \sqrt{1,8 \cdot 10^5 / 92,5^2} = 208 \text{ Мпа.}$$

Так как результаты двух последних приближений достаточно близки, то принимаем

$$\delta_{кр} = (208 + 214) / 2 = 211 \text{ МПа.}$$

тогда критическая нагрузка будет

$$P_{кр} = \delta_{кр} F = 211 \cdot 4,5^2 \cdot 10^4 = 42,5 \text{ МН.}$$

При решении задачи по Энгессеру - Шенли снова зададим напряжение, например предположим, что $\delta_{кр} = 211$ МПа, тогда касательный модуль

$$E' = \frac{211(310-211)^2}{128} = 1,616 \cdot 10^5 \text{ Мпа.}$$

Определим теперь критическое напряжение

$$\delta_{кр} = \sqrt[3]{1,616 \cdot 10^5 / 92,5} = 187 \text{ Мпа.}$$

Так как полученное и заданное напряжения существенно отличаются, то на втором этапе принимаем

$$\delta_{кр} = (187 + 211) / 2 = 199 \text{ МПа.}$$

Касательный модуль упругости

$$E' = \frac{199(310-199)^2}{128} = 1,87 \cdot 10^5 \text{ Мпа.}$$

Определяем критическое напряжение

$$\delta_{кр} = \sqrt[3]{1,87 \cdot 10^5 / 92,5} = 216 \text{ Мпа.}$$

Окончательное значение критического напряжения

$$\delta_{кр} = (199 + 216) / 2 = 207,5 \text{ МПа.}$$

Критическое значение сосредоточенной нагрузки

$$P_{кр} = \delta_{кр} F = 207,5 \cdot 4,5^2 \cdot 10^4 = 42 \text{ МН.}$$

Сопоставляя значения $P_{кр}$, определенные различным путем, видим, это близки друг к другу.

Выводы. Отмеченные обстоятельства, определяемые характером действующих критических нагрузок, вызывает необходимость разделять системы на консервативные и неконсервативные. Причем консервативными можно называть такие системы в которых работа совершаемая внешними силами, не зависит от пути, проделываемого силами при переходе из начального в конечное состояние. Для консервативных систем теоретически все три метода решения задач дают один и тот же ответ. Так как энергетический метод используется для приближенного решения задач устойчивости, когда приходится задаваться формой упругой линии, то он, как правило, приводит к завышенным значениям критических сил.

Использованная литература.

1. Александров А.В. Потопов В.Д. Основы теории упругости и пластичности. – М.: "Высшая школа" 1990.
2. Варданян Т.С., Сопоставление материалов с основами теории упругости и пластичности. – М.; АСВ, 1995.
3. Механика деформируемого твердого тела. Материалы международной научно-технической конференции посвященной 70 – летию академика Т. Ш. Ширинкулова.. Самарканд. 28-29 июня. 2007.
4. Хилл Р. Математическая теория пластичности; Пер. с АНГЛ. – м.: ГИТТЛ., 1956.