



## Safety of Nonlinear Elastic and Elastic Plastic Rod Systems Provided by Static, Energy and Dynamic Methods

**Abduraimov Murodkul Makhmarazhabovich**

*Ph.D. Associate Professor Samarkand State Institute of Architecture and Civil Engineering*

**Kulmirzaeva Gulrabo Abduganiyevna**

*Lecturer Samarkand State Institute of Architecture and Civil Engineering*

**Suyunov Nodir Fazliddinovich**

*Master student Samarkand State Institute of Architecture and Civil Engineering*

**Abstract:** the article is devoted to identifying the main patterns of behavior of models of nonlinear elastic and elastic-plastic spatial rod systems in solving the problem of stability, reliability and dynamics. From various options for numerical analysis of studies of certain theoretical positions, one can choose the simplest ones. When using this method of calculation, familiar to engineers for most of the tasks, there is no need for direct application, which in engineering practice in a significant study of the stability of spatial rod systems.

**Keywords:** sustainability 1 year; buckling 2 years; equilibrium state curves; the nature of the development of deformations; idealized properties; angle of rotation; potential energy; kinetic energy; calculation of fluctuations; inversely symmetrical shape buckling stiffness.

*Date of Submission: 25-4 -2022*

*Date of Acceptance: 28-5-2022*

**Введение:** В теории статической устойчивости пространственных стержневых сооружений рассматриваются принципы и методы определения значений тех статических нагрузок при которых система переходит из устойчивого в перемещений которые наблюдаются в закритической стады

Ведение потеря устойчивости 2 рода определяется таким состоянием системы при котором возможно существование двух или нескольких форм равновесия одна из которых качественно отлична от форм неустойчивых и единственно возможно до достижения первого критического состояния

Потеря устойчивости II рода т.е такой потери устойчивости при которой качественно сохраняется характер развития девормирования.

Если воспользоваться кривыми равновесных состояний являющийся геометрическими местами точек, каждая из которых характеризует в плоскости параметров  $f, P$ , соответствующее равновесное состояние, то два отмеченных выше случая могут быт графически представлены на следующим схемам.

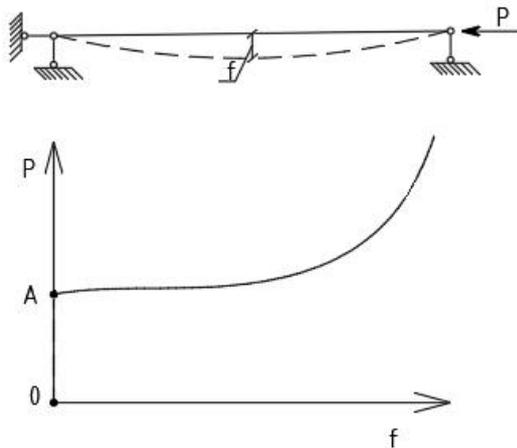


Рис.1. Идеально упругий стержень

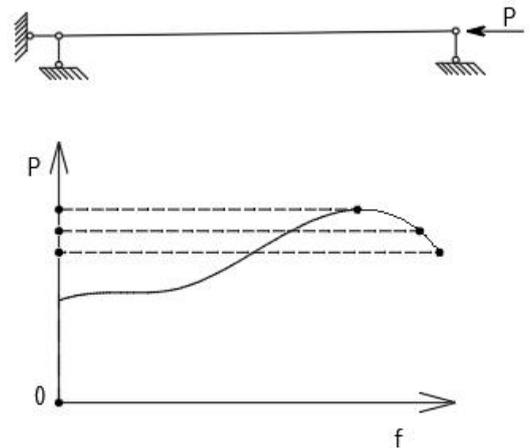


Рис.2. Упругопластически

Основной частью решения задачи.

Задача №1

Таким образом рассмотрим определение критических сил статическим методом. В этом случае обратимся к произвольному возмущенному состоянию (рис. 3.)

Горизонтальная реакция S в верхнем опорном стержне будет равна нулю, в чем нетрудно убедиться, если взять сумму моментов относительно нижнего шарнира А.

Составляем уравнения равновесия относительно шарниров С и В, рассматривая при этом либо верхнюю, либо

Рис. 3

нижнюю часть стержней. Перемещение точки В по горизонтали, учитывая малость угла  $\alpha_1$ , представим как  $a_1 l$ , а перемещение точки С по горизонтали

равно  $a_2 l$ . Взаимный угол поворота сечений в шарнире В равен  $(\alpha_1 - \alpha_2) = 2\alpha_1 - \alpha_2$ , взаимный угол поворота сечений в шарнире С равен  $\alpha_2 - (\alpha_1 - \alpha_2) = 2\alpha_2 - \alpha_1$

Уравнения равновесия запишутся

$$Pa_2 l - (2\alpha_2 - \alpha_1)k = 0; \tag{1}$$

$$Pa_1 l - (2\alpha_1 - \alpha_2)k = 0;$$

Представим систему уравнений в виде

$$(Pl - 2k)\alpha_2 + k\alpha_1 = 0; \tag{2}$$

$$k\alpha_2 + (Pl - 2k)\alpha_1 = 0;$$

Приравняем определитель данной системы уравнений нулю

$$D = \begin{vmatrix} Pl - 2k & k \\ k & Pl - 2k \end{vmatrix} = 0. (3)$$

Рис. 3

Раскрывая определитель, получим следующее уравнение второй степени:

$$l^2 p^2 - 4klp + 3k^2 = 0. (4)$$

Решение уравнений получим в виде

$$P = 4kl \pm \sqrt{16(kl)^2 + 12(kl)^2} / (2l^2) (5)$$

откуда получим два значения критической силы

$$P_{kp1} = (4kl - 2kl)(2l^2) = k/l; (6)$$

$$P_{kp2} = (4kl + 2kl)(2l^2) = 3k/l.$$

2. Решение энергетическим методом проводится следующим образом. Определяем величину перемещения точки приложения осевой силы

$$\Delta = l(1 - \cos a_2) + l(1 - \cos a) + l\{1 - \cos(a_1 - a_2)\} \approx \\ \approx \{a_2^2 + a_1^2 + (a_1 - a_2)^2\} / 2 \approx l(a_1^2 - a_1 a_2 + a_2^2). (7)$$

Изменение энергии системы, обусловленное перемещением силы  $P$ , если принять за начало отсчета устойчивое равновесное состояние, можно представить в виде

$$-P\Delta = Pl(a_1^2 - a_1 a_2 + a_2^2). (8)$$

Знак минус здесь показывает, что смещение силы направлено по направлению действия силы, а это приводит к понижению энергии системы.

Потенциальная энергия, накопленная в упругой связи при шарнире С, определяется выражением  $k(2a_2 - a_1)^2/2$ , а энергия, накопленная в упругой связи при шарнире В, равна  $k(2a_1 - a_2)^2/2$ .

Выражение, определяющее изменение полной потенциальной энергии системы, запишется

$$U = -Pl(a_1^2 - a_1 a_2 + a_2^2) + k(2a_2 - a_1)^2/2 + k(2a_1 - a_2)^2/2. (9)$$

Для получения уравнения устойчивости продифференцируем выражение для полной потенциальной энергии по параметрам  $a_1$ , и  $a_2$ , что дает

$$\frac{\partial U}{\partial a_1} = -Pl(2a_1 - a_2) - k(2a_2 - a_1) + 2k(2a_1 - a_2) = 0; (10)$$

$$\frac{\partial U}{\partial a_2} = -Pl(-a_1 + 2a_2) + 2k(2a_2 - a_1) - k(2a_1 - a_2) = 0.$$

Перепишем полученную систему уравнений в виде

$$-(2Pl - 5k)a_1 + (Pl - 4k)a_2 = 0; (11)$$

$$(Pl - 4k)a_1 - (2Pl - 5k)a_2 = 0.$$

Определитель системы уравнений приравняем нулю

$$\begin{vmatrix} -2Pl + 5k & Pl - 4k \\ Pl - 4k & -2Pl + 5k \end{vmatrix} = 0. (12)$$

Раскрывая определитель и производя элементарные преобразования, получим квадратное уравнение

$$l^2 p^2 - 4lkP + 3k^2 = 0. (13)$$

которое полностью совпадает с квадратным уравнением, полученным статическим методом.

3. Воспользуемся теперь динамическим методом, Составим уравнения, определяющие движение системы, представленной на рис. 19

Уравнения движения в рассматриваемом случае лучше всего получить, используя уравнения Лагранжа:

$$\frac{d}{dk} \left( \frac{\partial K}{\partial \dot{q}_k} \right) \frac{\partial U}{\partial q_k} - \frac{\partial U}{\partial q_k} \quad (k=1, 2, \dots), \quad (14)$$

в которых  $K$  - кинетическая энергия системы;  $U$  - ее потенциальная энергия, обобщенные координаты; - время, Точкой обозначены производные обобщенных координат по времени.

Кинетическая энергия системы

$$K = l_1 a_1^2 / 2 + l_2 (a_1 - a_2)^2 / 2 + l_3 a_2^2 / 2 (15)$$

Потенциальная энергия системы была определена выше (уравнение (14)]. Независимыми координатами являются углы  $a_1$  и  $a_2$ . Так как система имеет две степени свободы, то дважды используем уравнения Лагранжа, полагая  $q_1 = a_1$  и  $q_2 = a_2$ . В результате приходим к следующей системе уравнений:

$$l_1 a_1 + l_2 (a_1 - a_2) = -2k(2a_1 - a_2) + k(2a_2 - a_1) + Pl(2a_1 - a_2);$$

$$-l_2 (a_1 - a_2) + l_3 a_2 = k(2a_1 - a_2) - 2k(2a_2 - a_1) + Pl(-a_1 + 2a_2).$$

которую после элементарных преобразований можно представить в виде

$$l_1 a_1 + l_2 (a_1 - a_2) = (-5k + 2Pl)a_1 - (-4k + Pl)a_2;$$

$$-l_2 (a_1 - a_2) + l_3 a_2 = -(-4k + Pl)a_1 - (-5k + 2Pl)a_2.$$

Уравнение частот при этом может быть получено из определителя

$$\begin{vmatrix} -5k + 2Pl + l_1 \square^2 + l_2 \square^2 & 4k - Pl + l_1 \square^2 - l_2 \square^2 \\ 4k - Pl + l_2 \square^2 & -5k + 2Pl + l_2 \square^2 + l_3 \square^2 \end{vmatrix} = 0,$$

где  $\square$  - частота собственных колебаний. При действии на систему критической нагрузки частота должна обратиться в нуль (см. задачу 1.1), тогда из уравнения частот получаем определитель устойчивости:

$$\begin{vmatrix} -5k + 2Pl & 4k - Pl \\ 4k - Pl & -5k + 2Pl \end{vmatrix} = 0$$

из которого следует уравнение для определения критического значения нагрузки, полностью совпадающее с тем, которое было получено при решении задачи статическим и энергетическим методами.

4. Решить ту же задачу, что и в предыдущем примере, только с учетом условий симметрии системы.

Чтобы определить ту жесткость  $k$ , при которой  $P_{ир}$  в абсолютно жестком стержне равно  $P_{ир}$  в упругом стержне, следует приравнять значения критических сил

$$P_{кр1}^2 EJ(4l^2) = k/l,$$

откуда искомая жесткость определяется как

$$k = P_{кр1}^2 EJ(4l^2)$$

### Задача №2

Рассмотрим симметричную форму потери устойчивости (рис. 4, а). Прибегая к использованию статического метода расчета, получим следующее уравнение равновесия моментов относительно шарнира С:

$$\sum M_c = Pl\alpha_1 - k\alpha_1 = 0$$

откуда  $P_{кр} = k/l$ , что совпадает с первой критической силой, полученной в предыдущей задаче.

Далее рассмотрим обратносимметричную форму потери устойчивости (рис. 4, б). Угол поворота среднего элемента может быть определен из условия равенства проекций отрезков CD и CB на горизонталь, т. е.  $\alpha_2 = \varepsilon/2$ , откуда  $\varepsilon = 2\alpha_2$ . Уравнение равновесия моментов относительно шарнира С запишется

$$\sum M_c = Pl\alpha_2 - k3\alpha_2 = 0,$$

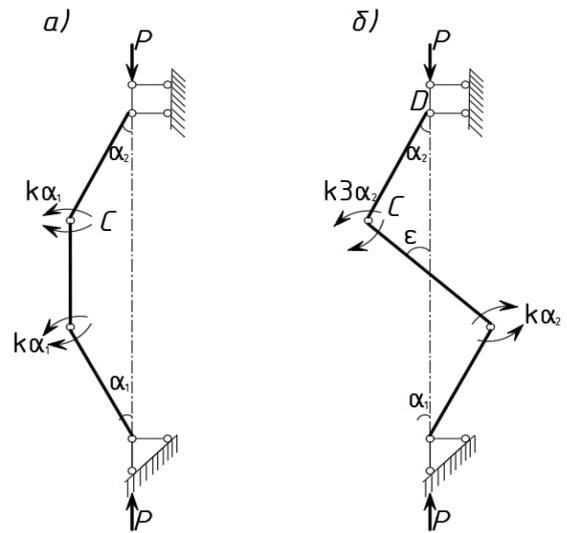
откуда имеем  $P_{кр} = 3k/l$ , что совпадает со второй критической силой, найденной в предыдущей задаче.

Какая форма потери устойчивости определяет предельное состояние системы; какая критическая сила,  $P_{кр1}$  или  $P_{кр2}$ , является расчетной ?

Заключение.

Рис,4

**Выводы.** Отмеченное обстоятельство, определяемое характером действующих критических нагрузок, вызывает необходимость разделять системы на консервативные и неконсервативные. Причем консервативными можно называть такие системы, в которых работа, совершаемая внешними силами, не зависит от пути, проделываемого силами при переходе из начального в конечное состояние. Для консервативных систем теоретически все три метода решения задач дают один и тот же ответ. Так как энергетический метод используется для приближенного решения задач устойчивости, когда приходится задаваться формат упругой линии, то он, как правило, приводит к завышенным значениям критических сил.



**Использованы литературы.**

1. Александров А.В. Потопов В.Д. Основныитеории упругости м пластичности. – М .;" Высшая школа " 1990.
2. Варданян Т.С., Сапративление материалов сосновами теорим упругости и пластичности. – М.; АСВ, 1995.
3. Механика деформируемого твердого тела. Материалы международной научно-технической конференции посвященной 70 – летию академика Т. Ш .Ширинкулова.. Самарканд.28-29 июня. 2007.
4. Хилл Р. Математическая теория пластичности; Пер. С АНГЛ. – м . ; ГИТТЛ. , 1956.